

Modelo de Gross-Neveu-Thirring en el escenario de quiebre de invariancia de Lorentz.

Francisco Peña C.

Universidad de la Frontera

Departamento de Ciencias Físicas

26-27 marzo 2015



UNIVERSIDAD DE LA FRONTERA

Interacciones Fermiónicas

- **Papers originales:**

Dynamical symmetry breaking in asymptotically free field theories
Phys. Rev. D 10, 3235-Published
15 November 1974

David J. Gross and André Neveu

A soluble relativistic field theory?

Walter E. Thirring Annals of
Physics, Volume 3, Issue 1, January
1958, Pages 91-112



- Trabajos previos:

Motivado por los resultados obtenidos en Ref:

PRD 80 (2009) V.S. Alves, S.V.L. Pinheiro, L.Nascimento and **F. Peña**.

PLA 337 (2013) V.S. Alves, L.Nascimento and **F. Peña**,
sobre modelos cuárticos fermiónicos en el contexto isotrópo.

PRD 88 (2013) V.S. Alves, B. Charneski, M. Gomes, L. Nascimento
and **F. Peña**, sobre QED en $2+1$ dimensiones en el contexto de
anisotropía.

**Esto nos inspira en estudiar modelos de fermiones con
autointeracción cuártica en el escenario de quiebre de
invariancia de Lorentz.**

- 1 Introducción
- 2 Modelo
- 3 Ecuación del Grupo de Renormalización
- 4 Reducción de las constantes de acoplamiento
- 5 Conclusiones

- Estudiamos el quiebre de simetría de Lorentz en el contexto de Horava-Lifshitz para el modelo de Gross-Neveu-Thirring (V.S. Alves, R. Correa, **S. Lepe**, L. Nascimento and **F. Peña**).
- Un modelo no renormalizable se puede tornar renormalizable ajustando el parámetro que controla la anisotropía.
- Esto se debe al hecho de que el espacio y el tiempo poseen comportamientos distintos para una transformación de escala del tipo $x^i \rightarrow bx^i$ y $t \rightarrow b^z t$, donde el parámetro z controla la anisotropía.

- 1 Introducción
- 2 Modelo**
- 3 Ecuación del Grupo de Renormalización
- 4 Reducción de las constantes de acoplamiento
- 5 Conclusiones

La densidad de lagrangiana del modelo viene dada por

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}[i\gamma^0\partial_0 + ib\gamma^i\partial_i + a(i\gamma^i\partial_i)^z - M]\psi + g_1(\bar{\psi}\psi)^2 + g_2(\bar{\psi}\gamma^0\psi)^2 + g_3(\bar{\psi}\gamma^i\psi)^2, \quad (1)$$

En el caso isotrópico este modelo es no renormalizable para un espacio-tiempo $D > 2$.

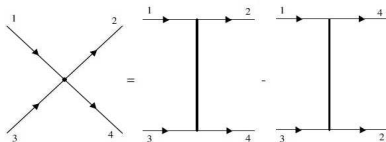
Considerando (1) y para un espacio-tiempo $D = d + 1$ se tiene que para $z = d$ ($d = 2$) la interacción se torna renormalizable en la versión anisotrópica.

El grado de divergencia superficial para este modelo queda $d(G) = 4 - N_F$.

El propagador libre del fermión en esta teoría está dado por

$$S_F(p)_{\alpha_1\alpha_2} = \frac{i[\gamma^0 p_0 + b\gamma^i p_i + a(\vec{p})^2 + M]_{\alpha_1\alpha_2}}{[p_0^2 - (b^2 + 2Ma)(\vec{p})^2 - a^2(\vec{p})^4 - M^2]} \quad (2)$$

y el vértice de la teoría

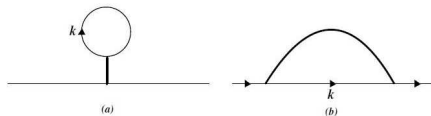


viene dado por

$$i \mu^\epsilon g_i [(\Gamma^i)_{\alpha_1\alpha_2}(\Gamma_i)_{\alpha_3\alpha_4} - (\Gamma^i)_{\alpha_1\alpha_4}(\Gamma_i)_{\alpha_3\alpha_2}], \quad (3)$$

donde $\Gamma^i = (I, \gamma^0, \gamma^i)$ y $\epsilon = 2 - d$.

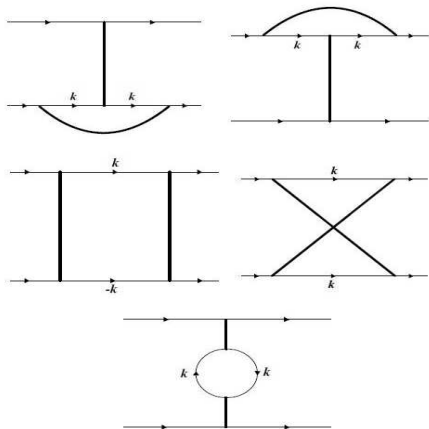
En los cálculos consideraremos la representación 2×2 de las matrices de Dirac. La estructura diagramática de la función de dos puntos para este modelo



y después de algunos cálculos la función de dos puntos es

$$I^{(2)} = i\mu^\epsilon \frac{F_c b^2}{8\pi a^2} \frac{1}{\epsilon} [g_1 - g_2 - 2g_3] I_{\alpha_1 \alpha_2}, \quad (4)$$

La estructura diagramática es



cálculo para la función de cuatro puntos

$$I_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4}^{(4)} = \frac{-iF_c\mu^{2\epsilon}g_i^2}{8\pi a} \frac{1}{\epsilon} \left\{ -2g_1^2[I]_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4} - 2g_2^2[I]_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4} + 4g_3^2[\gamma^i]_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4} - 4g_1g_2[\gamma^0]_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4} - 4g_1g_3[\gamma^i]_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4} + 4g_2g_3[\gamma^i]_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4} \right\}, \quad (5)$$

donde

$$\begin{aligned} [I]_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4} &= [I]_{\alpha_1\alpha_2}[I]_{\alpha_3\alpha_4} - [I]_{\alpha_1\alpha_4}[I]_{\alpha_3\alpha_2}, \\ [\gamma^0]_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4} &= [\gamma^0]_{\alpha_1\alpha_2}[\gamma_0]_{\alpha_3\alpha_4} - [\gamma^0]_{\alpha_1\alpha_4}[\gamma_0]_{\alpha_3\alpha_2}, \\ [\gamma^i]_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4} &= [\gamma^i]_{\alpha_1\alpha_2}[\gamma_i]_{\alpha_3\alpha_4} - [\gamma^i]_{\alpha_1\alpha_4}[\gamma_i]_{\alpha_3\alpha_2}, \end{aligned}$$

representa los vértices generados después del proceso de regularización.

- 1 Introducción
- 2 Modelo
- 3 Ecuación del Grupo de Renormalización**
- 4 Reducción de las constantes de acoplamiento
- 5 Conclusiones

Considerando la amplitud en la forma $I^{(N)} = \text{pólo}^{(N)} + \text{finita}^{(N)}$, de modo que, la amplitud renormalizada puede ser obtenida por la operación

$$(1 - \mathcal{T})\mu^{x\epsilon} I^{(N)} = \text{finita}^{(N)} + x \ln \mu \text{Res}^{(N)},$$

donde $\text{Res}^{(N)}$ representa el residuo de los diagramas de N puntos, los cuales viene dados por los coeficientes del término $1/\epsilon$. Aplicando para las amplitudes de dos puntos (4) y cuatro puntos (5), obtenemos las siguientes funciones de Green renormalizadas

$$\begin{aligned} \Gamma_{\alpha_1 \alpha_2}^{(2)} &= i[\gamma^0 p_0 + b\gamma^i p_i - a(\vec{p})^2 - M]_{\alpha_1 \alpha_2} + g_1[\text{finita}_1 \\ &+ \ln \mu \text{Res}_1][I]_{\alpha_1 \alpha_2} \\ &+ g_2[\text{finita}_2 + \ln \mu \text{Res}_2][I]_{\alpha_1 \alpha_2} + g_3[\text{finita}_3 \\ &+ \ln \mu \text{Res}_3][I]_{\alpha_1 \alpha_2} \end{aligned} \quad (6)$$

y

$$\begin{aligned}
\Gamma_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4}^{(4)} &= ig_1\mu^\epsilon [I]_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4} + ig_2\mu^\epsilon [\gamma^0]_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4} \\
&+ ig_3\mu^\epsilon [\gamma^i]_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4} \\
&+ g_1^2 [\text{finita}_{11} + 2\ln\mu \text{Res}_{11}] [I]_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4} \\
&+ g_2^2 [\text{finita}_{22} + 2\ln\mu \text{Res}_{22}] [I]_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4} \\
&+ g_3^2 [\text{finita}_{33} + 2\ln\mu \text{Res}_{33}] [\gamma^i]_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4} \\
&+ g_1g_2 [\text{finita}_{12} + 2\ln\mu \text{Res}_{12}] [\gamma^0]_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4} \\
&+ g_1g_3 [\text{finita}_{13} + 2\ln\mu \text{Res}_{13}] [\gamma^i]_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4} \\
&+ g_2g_3 [\text{finita}_{23} + 2\ln\mu \text{Res}_{23}] [\gamma^i]_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4}, \tag{7}
\end{aligned}$$

donde los residuos vienen dados por

$$\begin{aligned}
\text{Res}_1 &= \frac{ib^2}{2\pi a}, & \text{Res}_2 &= -\frac{ib^2}{2\pi a}, & \text{Res}_3 &= -\frac{ib^2}{\pi a}, \\
\text{Res}_{11} &= \frac{4i}{\pi a}, & \text{Res}_{22} &= \frac{4i}{\pi a}, & \text{Res}_{33} &= -\frac{8i}{\pi a}, \\
\text{Res}_{12} &= \frac{8i}{\pi a}, & \text{Res}_{13} &= \frac{8i}{\pi a}, & \text{Res}_{23} &= -\frac{8i}{\pi a}.
\end{aligned}$$

La ecuación del grupo de renormalización del modelo viene dada por

$$\begin{aligned} & \left(\mu \frac{\partial}{\partial \mu} + \delta_M \frac{\partial}{\partial M} + \beta_1 \frac{\partial}{\partial g_1} + \beta_2 \frac{\partial}{\partial g_2} + \beta_3 \frac{\partial}{\partial g_3} + \beta_a \frac{\partial}{\partial a} \right. \\ & \left. + \beta_b \frac{\partial}{\partial b} - N_F \gamma \right) \Gamma^{(N)} = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

donde las funciones δ , γ , β_a and β_b están dada por una expansión en la forma

$$A g_1 + B g_2 + C g_3,$$

y las funciones β_1 , β_2 and β_3 by

$$D g_1^2 + E g_2^2 + F g_3^2 + G g_1 g_2 + H g_1 g_3 + I g_2 g_3.$$

Reemplazando (6) y (7) en (8), y estas consideraciones resulta

$$\gamma = \beta_a = \beta_b = 0, \quad (9)$$

$$\delta = \frac{b^2}{2\pi a^2}(g_1 - g_2 - 2g_3), \quad (10)$$

$$\beta_1 = -\frac{8}{\pi a}(g_1^2 + g_2^2), \quad (11)$$

$$\beta_2 = -\frac{16}{\pi a}g_1g_2, \quad (12)$$

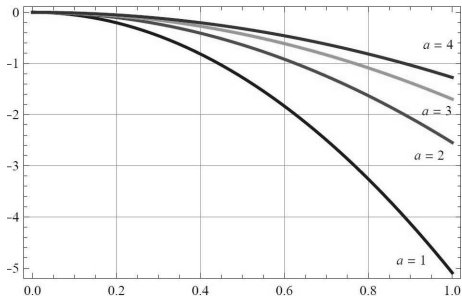
$$\beta_3 = -\frac{16}{\pi a}(g_3^2 + g_1g_3 + g_2g_3), \quad (13)$$

que corresponden a las funciones del grupo de renormalización del modelo en el orden a 1-loop.

- 1 Introducción
- 2 Modelo
- 3 Ecuación del Grupo de Renormalización
- 4 Reducción de las constantes de acoplamiento**
- 5 Conclusiones

Función Beta

Nuestro modelo presenta más de una acoplamiento. Para analizar su estabilidad, debemos aplicar el formalismo de reducción de Zimmermann. De las distintas posibilidades de reducción, se obtiene el comportamiento de la función beta, siendo el origen el único punto fijo. El comportamiento de beta lo graficamos para diferentes valores del parámetro a



- 1 Introducción
- 2 Modelo
- 3 Ecuación del Grupo de Renormalización
- 4 Reducción de las constantes de acoplamiento
- 5 Conclusiones**

- Creemos que las técnicas empleadas y desarrolladas para interacciones cuárticas fermiónicas y las consideradas incluyendo términos de Maxwell pueden tener alguna importancia en sistemas de materia condensada, ya que, el quiebre de la simetría está presente en tales sistemas.

Un ejemplo, puede ser el grafeno, que presenta un quiebre suave de Lorentz en el término cinético de Dirac: una camada.

- En dos camadas, posee una dispersión cuadrática, lo que lleva a pensar en una densidad de lagrangiana con términos de segundas derivadas, además de los términos usuales.
- Finalmente, cálculos perturbativos pueden ser efectuados utilizando este procedimiento.

- DIUFRO
- Departamento de Física UBIOBIO

Muchas Gracias