

Interacciones no lineales en el sector oscuro

Norman Cruz^{*1}, Guillermo Palma¹, David Zambrano¹ y Arturo Avelino²

¹Departamento de Física
Universidad de Santiago de Chile
Santiago, Chile

²Instituto de Física y Matemáticas
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo
Morelia, Michoacán, México

*Speaker

Viernes 15 de Marzo, 2013

Universidad del Bío-Bío
CosmoConce 2013

Summary

1 Introducción

- Sector Oscuro
- Modelo Λ CDM.
- Problema de la constante cosmológica
- Relación con el Principio Antrópico
- Modelos de materia modificada

2 Interacciones no Lineales

- Interacciones no Lineales
- Consideraciones generales en un sector oscuro interactuante

3 Análisis de estabilidad y resultados numéricos

4 Contrastes Observacionales

5 Conclusiones y temas abiertos

- Conclusiones
- Temas abiertos

Motivación

Sector Oscuro:

- Materia Oscura: $\Omega_m \sim 0.3$.
- Energía Oscura: $\Omega_\lambda \sim 0.7$.

Materia Oscura: Estructura de galaxias, clusters, formación de estructuras.

Usualmente

- Materia oscura fría $P = 0$.
- Materia oscura tibia $P \neq 0$.
 - Mayor número de galaxias satélites de las observadas.

Ecuaciones de estado: Para galaxias y clusters tenemos que

- $P = \omega\rho$.
- $\omega > 0$ para galaxias.
- $\omega < 0$ para clusters.

Modelo Λ CDM.

- $P = 0 \rightarrow$ Materia fría.
- $P = -\rho \rightarrow$ Energía oscura: Constante cosmológica λ .

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (1)$$

- Mediciones cosmológicas: $\lambda \rightarrow \rho_\lambda \sim (10^{-3}\omega)^4 = 10^{-8} \text{ erg/cm}^3$.
- Energía del vacío: $\rho \sim (10^{27} \text{ ev})^4 \sim 10^{112} \text{ erg/cm}^3$.

$$\rho_{\text{vacío}} \sim 10^{120} \rho_\lambda \quad (2)$$

Problema de la constante cosmológica

- Por que ρ_λ es tan pequeño y no nulo?.
- Coincidencia Cósmica: Hoy $\rho_m \approx \rho_\lambda$.

$$\frac{\Omega_\lambda}{\Omega_m} = \frac{\rho_\lambda}{\rho_m} \propto a^3 \quad (3)$$

Condiciones muy especiales para que habiendo una diferencia posible de 10^{120} ordenes de magnitud coincida luego de ~ 14 Gyear.

Relación con el Principio Antrópico

- Relación con el Principio Antrópico: Esta coincidencia tiene relación con dos escalas de tiempo no relacionadas a priori:
 - Tiempo para la dominancia en el cual la energía del vacío comienza a dominar: $t_\lambda \sim \rho_\lambda^{-1/2}$.
 - Tiempo en el cual aparecen los observadores: t_{obs} .
- Weinberg: Observadores implican tiempo de creación de galaxias.

$$t_\lambda \gtrsim t_{\text{gal}} \quad (4)$$

Es discutible si t_{gal} y t_{obs} tienen correlación.

- Padmanabhan:
 - $\lambda \sim 10^{-120}$ en unidades de Planck.
 - $\rho_\lambda \sim \rho_m$.

Ambos problemas correlacionados.

Modelos de materia modificada

- Modelos de materia modificada: Materia exótica con presión negativa.:
 - Quintaesencia. (S. Tsujikawa, Dark Energy: Investigations and modelling. arXiv: 1004.1493 [astro-ph.co].)

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{R}{2k^2} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right] + S_m \quad (5)$$

$$W_\phi = \frac{P_\phi}{\rho_\phi} = \frac{\dot{\phi}^2 - V(\phi)}{\dot{\phi}^2 + V(\phi)} \quad (6)$$

- k-Esencia.

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{R}{2k^2} - P(x, \phi) \right] + S_m, \text{ con } x = -\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi \quad (7)$$

Problema de la coincidencia:

$$P = \frac{1}{\phi^2} \left(-2.01 + 2\sqrt{1+x} + 3 \cdot 10^{-7} x^3 - 10^{-24} x^4 \right) \quad (8)$$

Se acerca a una fase acelerada a tiempos tardíos. Existen periodos con velocidad del sonido (superluminales)

$$C_s^2 > 1 \quad (9)$$

Este es en general un problema que se encuentra en los modelos de k-esencia.
Reconstrucción para ecuaciones de estado fenomenológicas y velocidad del sonido

Modelos de materia modificada

- Modelos de materia modificada: Materia exótica con presión negativa.:
 - Energía oscura acoplada.

$$\dot{\rho}_e + 3H(1 + w_e)\rho_e = -Q \quad (10)$$

$$\dot{\rho}_m + 3H\rho_m = +Q \quad (11)$$

- $Q = k\lambda\rho\dot{\phi}$ (Se deriva de teorías tenso-escalares en el frame de Einstein) $\lambda = \lambda(\phi)$.
- $Q = \alpha H\rho_m$.
- Gas de Chaplygin generalizado, como modelo unificado del sector oscuro.

$$P = -\frac{A}{\rho^\alpha} \quad (12)$$

Summary

- 1 **Introducción**
 - Sector Oscuro
 - Modelo Λ CDM.
 - Problema de la constante cosmológica
 - Relación con el Principio Antrópico
 - Modelos de materia modificada
- 2 **Interacciones no Lineales**
 - Interacciones no Lineales
 - Consideraciones generales en un sector oscuro interactuante
- 3 **Análisis de estabilidad y resultados numéricos**
- 4 **Contrastes Observacionales**
- 5 **Conclusiones y temas abiertos**
 - Conclusiones
 - Temas abiertos

Interacciones no Lineales

C. Bohmer, G. Caldera-Cabal, N. Chau, R. Layloz and R. Martins, Quintessence with quadratic coupling to dark matter, [arXiv 0911.3089 gr-qc].

Quintaesencia acoplada con dark matter e interacciones como

$$Q = A\rho_\phi^2 + B\rho_m^2 + C\rho_m\rho_\phi \quad (13)$$

$$Q = \sum_{i,j} q_{i,j} \rho_m^i \rho_\phi^j \quad (14)$$

$$Q = \lambda \frac{\rho_m \rho_e}{\rho_m + \rho_e} \quad (15)$$

Por otro lado, sugerida por la interacción entre dos especies de químicos:

$$Q = \lambda \rho_m^\alpha \rho_e^\beta \quad [\lambda] = [\text{densidad} \times \text{tiempo}]^{\alpha+\beta+1} \quad (16)$$

Si una de las densidades va a cero se pierde la interacción.

Consideraciones generales en un sector oscuro interactuante

$$3H^2 = \rho_m + \rho_e \quad \text{con} \quad 8\pi G = 1 \quad (17)$$

La interacción:

$$\dot{\rho}_m + 3(1 + w_m)H\rho_m = +Q \quad (18)$$

$$\dot{\rho}_e + 3(1 + w_e)H\rho_e = -Q \quad (19)$$

Ecuaciones efectivas:

$$\dot{\rho}_m + 3(1 + w_{m\text{eff}})H\rho_m = 0 \quad (20)$$

$$\dot{\rho}_e + 3(1 + w_{e\text{eff}})H\rho_e = 0 \quad (21)$$

Luego

$$w_{m\text{eff}} = w_m - \frac{Q}{3H\rho_m} \quad (22)$$

$$w_{e\text{eff}} = w_e + \frac{Q}{3H\rho_e} \quad (23)$$

Consideraciones generales en un sector oscuro interactuante

Dark Matter (DM):

- Si $w_m = 0 \Rightarrow$ algún tipo exótico de materia oscura con $w_{\text{eff}} < 0$.
- Si $w_m > 0 \Rightarrow$ posibilidad de cambio de signo durante la evolución cósmica.

Dark Energy (DE): Aún para $w_e = -1$, la energía oscura se comporta como quintaesencia. Un comportamiento phantom requiere una ecuación de estado $w_e < -1$.

Definiendo $r = \rho_m / \rho_e$ obtenemos

$$\dot{r} = r \left(\frac{\dot{\rho}_m}{\rho_m} - \frac{\dot{\rho}_e}{\rho_e} \right) \quad (24)$$

Punto crítico:

$$r_c = -\frac{1 + w_e}{1 + w_m} > 0 \quad (25)$$

Esto se cumple si:

- $w_e < -1$.
- $-1 < w_m < 1$.

Condición de aceleración:

$$\rho_e > -\frac{1 + 3w_m}{1 + 3w_e} \rho_m \quad (26)$$

para $w_e < -1$.

Summary

- 1 **Introducción**
 - Sector Oscuro
 - Modelo Λ CDM.
 - Problema de la constante cosmológica
 - Relación con el Principio Antrópico
 - Modelos de materia modificada
- 2 **Interacciones no Lineales**
 - Interacciones no Lineales
 - Consideraciones generales en un sector oscuro interactuante
- 3 **Análisis de estabilidad y resultados numéricos**
- 4 **Contrastes Observacionales**
- 5 **Conclusiones y temas abiertos**
 - Conclusiones
 - Temas abiertos

Análisis de estabilidad

Puntos fijos y análisis de estabilidad: Mediante una linearización de las densidades

$$\dot{\rho}_m = -3(1 + w_m)H\rho_m + \lambda\rho_m^\alpha\rho_e^\beta \quad (27)$$

$$\dot{\rho}_e = -3(1 + w_e)H\rho_e - \lambda\rho_m^\alpha\rho_e^\beta \quad (28)$$

$$3H^2 = (\rho_m + \rho_e) \quad (8\pi G = 1) \quad (29)$$

es posible encontrar expresiones analíticas para los valores de los puntos fijos del sistema, dados por $(\bar{\rho}_m, \bar{\rho}_e)$.

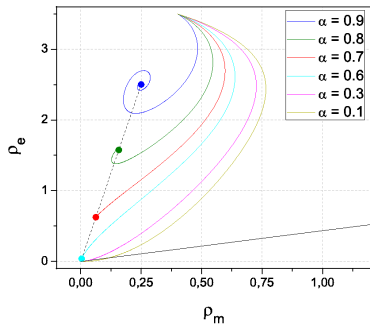
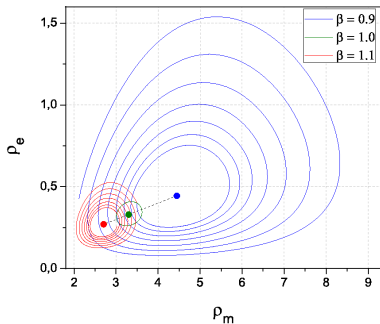
$$\bar{\rho}_e = -\frac{1 + w_m}{1 + w_e}\bar{\rho}_m \quad (30)$$

$$\bar{\rho}_m = \left[(-1)^\beta \frac{\lambda}{\sqrt{3}} \frac{(1 + w_m)^{\beta-1}(1 + w_e)^{1/2-\beta}}{\sqrt{w_e - w_m}} \right]^{(3/2-\alpha-\beta)^{-1}} \quad (31)$$

Luego el sistema acoplado (27) y (28) fue resuelto numéricamente usando el algoritmo de Burlirsch-Stoer para ciertos valores de los 5 parámetros: w_m , w_e , λ , α y β . Sin embargo el análisis de estabilidad restringe los valores de estos parámetros a los siguientes: $0 \leq \omega_m \leq 1/3$, $-2 - \omega_m < \omega_e < -1$, $\lambda > 1$, $0.0155 < \alpha < 0.222$ y $0.59 < \alpha < 1.02$ para $\omega_m \sim 0$ y $\beta > 0.8$.

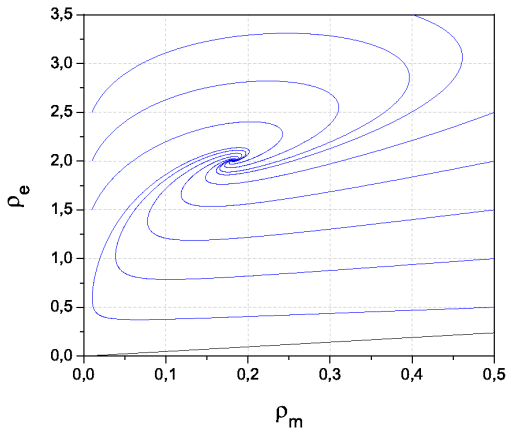
Resultados Numéricos

Evolución de las densidades: Todas las curvas en ambos gráficos usan la condición inicial $(\rho_m, \rho_e) = (0.4, 3.5)$. Los puntos fueron obtenidos de las expresiones (30) y (31). Con $\alpha = 1$, β cambia entre espirales divergentes, trayectoria cerrada y espiral convergente. α se comporta de manera inversa.



- A la izquierda se usaron valores: $\alpha = \lambda = 1$, $w_m = 0$, $w_e = -1.1$.
- A la derecha se usaron valores: $\beta = \lambda = 1$, $w_m = 0$, $w_e = -1.1$.

Resultados Numéricos



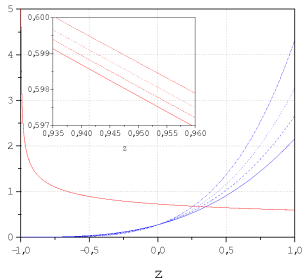
Evolución para $\alpha = 0.8$, $\beta = \lambda = 1$, $w_m = 0.1$, $w_e = -1.1$. Se usaron diferentes condiciones iniciales. La línea negra separa soluciones aceleradas.

Resultados Numéricos

Cambio de variable: $\hat{\Omega}_m$ y $\hat{\Omega}_e$ para $\alpha = 0.9$, $\beta = 1$, $w_e = -1.1$, $\bar{\lambda} = 0.62$ y $w_m = [0.0, 0.1, 0.2, 0.3]$.

$$\frac{d\hat{\Omega}_m}{dz} = \frac{1}{1+z} \left[3(1+w_m)\hat{\Omega}_m - \bar{\lambda} \frac{\hat{\Omega}_m^\alpha \hat{\Omega}_e^\beta}{\sqrt{\hat{\Omega}_m + \hat{\Omega}_e}} \right], \quad (32)$$

$$\frac{d\hat{\Omega}_e}{dz} = \frac{1}{1+z} \left[3(1+w_e)\hat{\Omega}_e + \bar{\lambda} \frac{\hat{\Omega}_m^\alpha \hat{\Omega}_e^\beta}{\sqrt{\hat{\Omega}_m + \hat{\Omega}_e}} \right]. \quad (33)$$



Summary

- 1 **Introducción**
 - Sector Oscuro
 - Modelo Λ CDM.
 - Problema de la constante cosmológica
 - Relación con el Principio Antrópico
 - Modelos de materia modificada
- 2 **Interacciones no Lineales**
 - Interacciones no Lineales
 - Consideraciones generales en un sector oscuro interactuante
- 3 **Análisis de estabilidad y resultados numéricos**
- 4 **Contrastes Observacionales**
- 5 **Conclusiones y temas abiertos**
 - Conclusiones
 - Temas abiertos

Contrastes Observacionales

- Supernova tipo Ia.
- Tasa de expansión de Hubble.

Best estimate	$\chi_{d.o.f.}^2$	χ^2	Assumptions				
			$\bar{\lambda}$	α	β	w_m	w_e
$\bar{\lambda} = 1.497$	1.30	773.62	-	0.9	1	0	-1
$\bar{\lambda} = 2.257$	1.29	762.78	-	0.9	1	0.2	-1.1
$\alpha = -0.141$	1.29	765.71	1	-	1	1/3	-1.1
$\beta = 1.171$	1.22	722.89	1	0.9	-	0	-1.1
$w_m = 0.0$	1.22	723.58	1	1	1	$w_m \geq 0$	-1.1
$w_m = -0.062$	1.21	718.37	1	1	1	-	-1.1
$w_e = -1.757$	1.12	663.18	1	1	1	1/3	-

Table: Mejor fit para $\chi_{d.o.f.}^2 = 1.12$.

Summary

- 1 **Introducción**
 - Sector Oscuro
 - Modelo Λ CDM.
 - Problema de la constante cosmológica
 - Relación con el Principio Antrópico
 - Modelos de materia modificada
- 2 **Interacciones no Lineales**
 - Interacciones no Lineales
 - Consideraciones generales en un sector oscuro interactuante
- 3 **Análisis de estabilidad y resultados numéricos**
- 4 **Contrastes Observacionales**
- 5 **Conclusiones y temas abiertos**
 - Conclusiones
 - Temas abiertos

Conclusiones

- $\bar{\lambda} > 0$ con un 99% de nivel de confianza para $\alpha = 0.9$, $\beta = 1$ y $Q > 0$.
- $\alpha > 0$ y $\beta > 0$ se ven favorecidos para phantom DE + CDM, phnatom + WDM y Λ + CDM.
- Constraints:
 - $-1.32 < w_e < -1.26$. CDM
 - $-1.45 < w_e < -1.39$. WDM
- Mejor fit para:
 - $w_e = -1.4$.
 - $\bar{w}_m = 0.1$.
 - $\bar{\lambda} = 1$.

Usando $Q = \lambda \rho_m \rho_e$ y $\alpha = \beta = 1$.

Temas abiertos

- Ecuación de estado fantasma: inestabilidades. Posible inducción de otros mecanismos que permitan obtener ecuaciones de estado efectivas fantasma, como DISIPACIÓN.
- Comportamiento de la interacción para z grande, con el fin de ver compatibilidad a nivel de calculo perturbativo (formación de estructuras).